$$U_1 + U_3 = \frac{1}{3}\left[(1+u^2)\sqrt{1+u^2}\right]_0^1$$

$$= \frac{1}{3}\left(2\sqrt{2} - 1\right)$$

donc

$$U_1 + U_3 = \frac{2}{3}\sqrt{2} - \frac{1}{3}$$

En déduire la valeur de $U_3$

$$U_3 = \frac{2}{3}\sqrt{2} - \frac{1}{3} - U_1$$

$$= \frac{2}{3}\sqrt{2} - \frac{1}{3} - (\sqrt{2} - 1)$$

$$= \frac{2}{3}\sqrt{2} - \frac{1}{3} - \sqrt{2} + 1$$

$$= -\frac{\sqrt{2}}{3} + \frac{2}{3}$$

donc

$$U_3 = \frac{2}{3} - \frac{\sqrt{2}}{3}$$